

Análise Complexa e Equações Diferenciais

1º Semestre 2020/2021

Teste — Semana 7 — 4 de Novembro de 2020
(CURSOS: LMAC, MEFT)

[5,0 val] 1. Indique, justificando, para que valores de $n \in \mathbb{N}$ existem primitivas em $\mathbb{C} \setminus \{0\}$ de

$$\frac{\sin z}{z^n}.$$

2. Seja $u(x, y) = \alpha(x) + 3y^2 - \beta(y)$, com $\alpha, \beta : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ funções reais de classe $C^2(\mathbb{R})$.

[5,0 val] (a) Determine, justificadamente, a forma geral de α e β de modo a que u seja a parte real duma função inteira $f : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$.

[5,0 val] (b) Considerando $\alpha(x) = -3x^2$ e $\beta(y) = y$ determine o conjugado harmónico de u para o qual $f = u + iv$ satisfaz $f(i) = 2 + i$.

[5,0 val] 3. Determine o valor de

$$\oint_{\gamma} \frac{e^{i|z|} \cos z}{(2z - i)^4} dz,$$

em que γ percorre a circunferência de raio π centrada na origem, uma vez, no sentido directo.